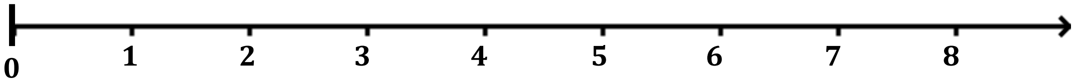
M 5.1

Natürliche Zahlen und Zahlenstrahl

Die Zahlen $1,\ 2,\ 3,\ 4, \ldots$ nennt man **natürliche Zahlen**: $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; \ldots\}$

Nimmt man auch die 0 hinzu, schreibt man: $\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$

Zahlenstrahl



Je weiter rechts eine Zahl auf dem Zahlenstrahl liegt, desto größer ist sie.

$3 < 5$

$7 > 5$

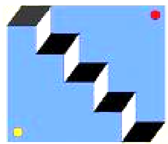
M 5.2

Dezimalsystem

Große Zahlen kann man mit Hilfe der **Stellenwerttafel** leichter lesen:

...	Billionen			Milliarden			Millionen			Tausender					
...	HBio	ZBio	Bio	HMrd	ZMrd	Mrd	HMio	ZMio	Mio	HT	ZT	T	H	Z	E
	2	3	5	7	1	0	2	6	6	7	0	0	3	2	2

In Worten: *Zweihundertfünfunddreißig Billionen siebenhundertzehn Milliarden zweihundertsechsundsechzig Millionen siebenhunderttausenddreihundertzweiundzwanzig*



Die Zahlen $1,\ 10,\ 100,\ 1000,\ 10000,$ ... heißen **Stufenzahlen**.

Mit der **Potenzschreibweise** kann man sie kürzer schreiben:

$$\begin{aligned}
100 &= 10 \cdot 10 &&= 10^2 \\
1000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 &&= 10^3 \\
10000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 &&= 10^4 \\
100000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 &&= 10^5
\end{aligned}$$

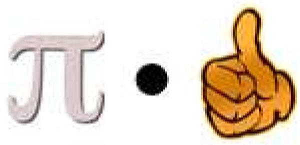
$$\begin{aligned}
1\ \mathit{Million} &= 10^6 \\
1\ \mathit{Milliarde} &= 10^9 \\
1\ \mathit{Billion} &= 10^{12} \\
1\ \mathit{Billiarde} &= 10^{15} \\
1\ \mathit{Trillion} &= 10^{18} \\
1\ \mathit{Trilliarde} &= 10^{21}
\end{aligned}$$

M 5.3

Runden

Beim Runden einer Zahl auf eine bestimmte Stelle betrachtet man die rechts von dieser Stelle stehende Ziffer:

- Ist diese Ziffer eine **0, 1, 2, 3** oder **4**, so wird **abgerundet**.
- Ist diese Ziffer eine **5, 6, 7, 8** oder **9**, so wird **aufgerundet**.



Man verwendet das Zeichen „≈“ („*ist ungefähr gleich*“).

	5368	**10745**
Runden auf Zehner	≈ 5370	≈ 10750
Runden auf Hunderter	≈ 5400	≈ 10700
Runden auf Tausender	≈ 5000	≈ 11000

M 5.4

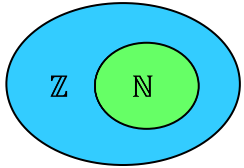
Fachbegriffe für die Rechenarten

Beispiel	Name des Terms	Die erste Zahl heißt	Die zweite Zahl heißt	Rechenart
$5+3$	Summe	1. Summand	2. Summand	Addition
$5-3$	Differenz	Minuend	Subtrahend	Subtraktion
$5\cdot 3$	Produkt	1. Faktor	2. Faktor	Multiplikation
$5:3$	Quotient	Dividend	Divisor	Division
5^3	Potenz	Basis	Exponent	Potenzieren

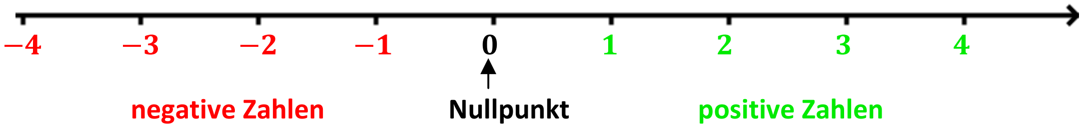
M 5.5

Ganze Zahlen und Zahlengerade

Die natürlichen Zahlen zusammen mit ihren Gegenzahlen und der Null nennt man ganze Zahlen: $\mathbb{Z} = \{\ldots -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$



Zahlengerade



Den Abstand einer Zahl vom Nullpunkt nennt man **Betrag** der Zahl: $|-5| = 5$

$|-4| = 4;$ $|4| = 4;$ $|-29| = 29;$ $|0| = 0$

Gegenzahlen

M 5.6

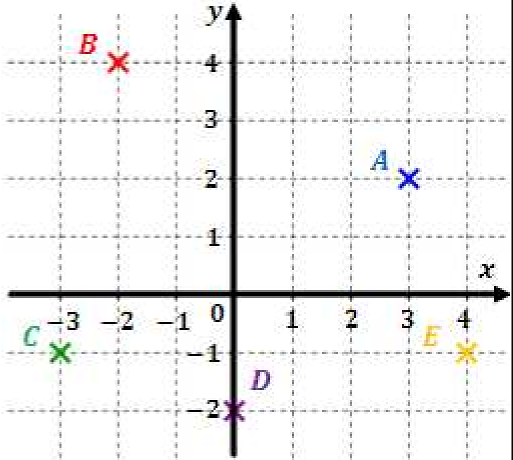
Koordinatensystem

Ein **Koordinatensystem** besteht

- aus einer waagrechten Zahlengeraden: $\boldsymbol{x}$**-Achse**
- und einer senkechten Zahlengeraden: $\boldsymbol{y}$**-Achse**

Der Schnittpunkt der Achsen heißt **Ursprung**.

Jeder Punkt im Koordinatensystem lässt sich durch ein Zahlenpaar beschreiben:

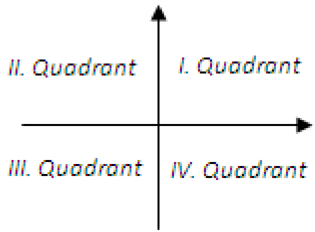


$$\boldsymbol{A(3|2)}$$

„vom Ursprung 3 waagrecht“ $\boldsymbol{x}$**-Koordinate**

„dann 2 senkrecht“ $\boldsymbol{y}$**-Koordinate**

$\boldsymbol{B(-2|4)}$; $\boldsymbol{C(-3|-1)}$; $\boldsymbol{D(0|-2)}$; $\boldsymbol{E(4|-1)}$



M 5.7

Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

Addition bei gleichen Vorzeichen

- Addiere die Beträge
- Das Ergebnis erhält das gemeinsame Vorzeichen

$+1 + 3 = +4$

$-1 - 3 = -(1+3) = -4$

Addition bei unterschiedlichen Vorzeichen

- Subtrahiere den kleineren Betrag vom größeren Betrag
- Das Ergebnis erhält das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag

$+1 - 3 = -(3-1) = -2$

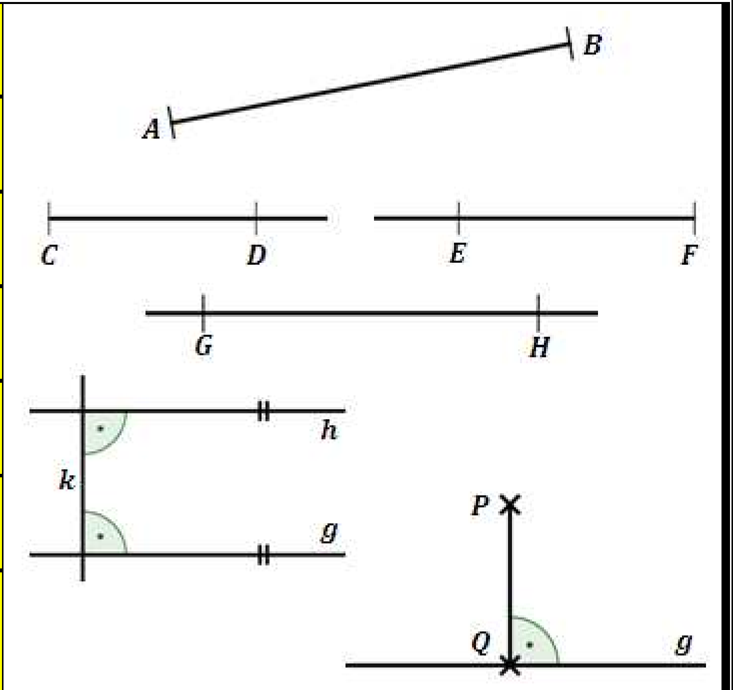
$-1 + 3 = +(3-1) = +2$

Auflösen von Klammern	
$-4 + (+3) = -4 + 3$	$-4 + (-3) = -4 - 3$
$-4 - (-3) = -4 + 3$	$-4 - (+3) = -4 - 3$

M 5.8

Geometrische Grundbegriffe

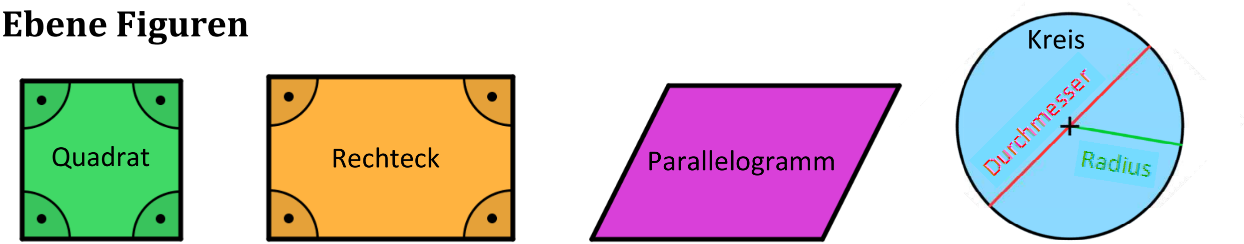
Strecke	$[AB]$
Streckenlänge	$\overline{AB} = 5{,}2cm$
Halbgerade	$[CD \ \ und \ \ EF]$
Gerade	GH
g* ist parallel zu *h	$g \parallel h$
g* ist senkrecht zu *k	$g \perp k$
Abstand eines Punktes *P* von einer Geraden *g*	$\overline{PQ} = 2{,}1cm$



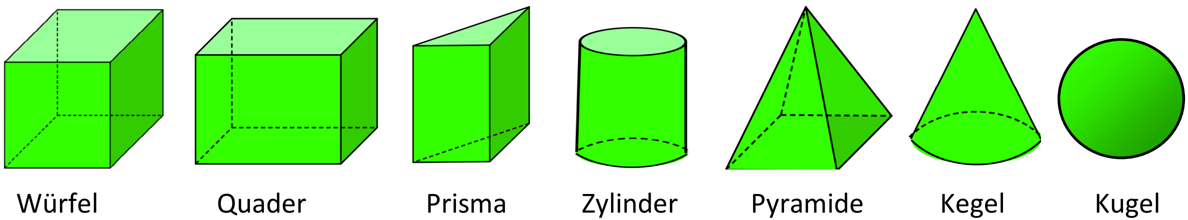
M 5.9

Geometrische Grundfiguren

Ebene Figuren



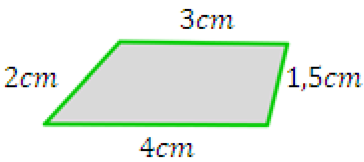
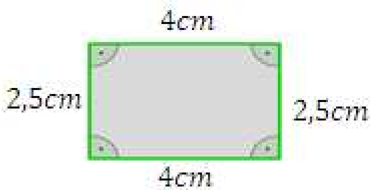
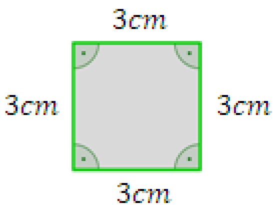
Räumliche Körper



M 5.10

Umfang

Der **Umfang** einer Figur ist die Länge ihrer Randlinie.

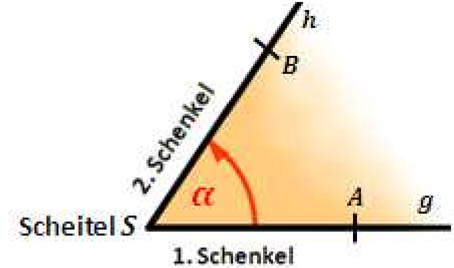
Viereck 	$U = 4cm + 1,5cm + 3cm + 2cm = 10,5cm$
Rechteck 	$U = 2 \cdot 4cm + 2 \cdot 2,5cm = 13cm$
Quadrat 	$U = 4 \cdot 3cm = 12cm$

M 5.11	Winkel

Winkel

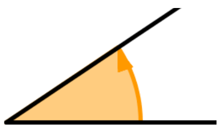
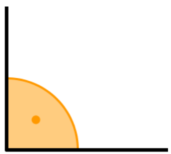
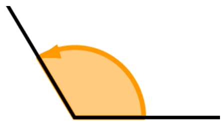
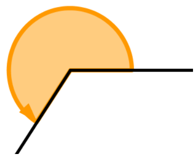
Dreht sich eine Halbgerade gegen den Uhrzeigersinn um ihren Anfangspunkt S, so entsteht ein **Winkel**.

$$\alpha = \sphericalangle(g, h) = \sphericalangle ASB$$



α	alpha
β	beta
γ	gamma
δ	delta
ε	epsilon

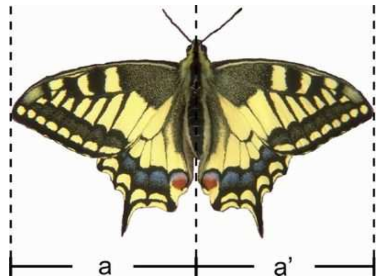
Arten von Winkel

Spitzer Winkel	Rechter Winkel	Stumpfer Winkel	Gestreckter Winkel	Überstumpfer Winkel
$0° < \alpha < 90°$	$\alpha = 90°$	$90° < \alpha < 180°$	$\alpha = 180°$	$180° < \alpha < 360°$
				

M 5.12

Achsensymmetrie

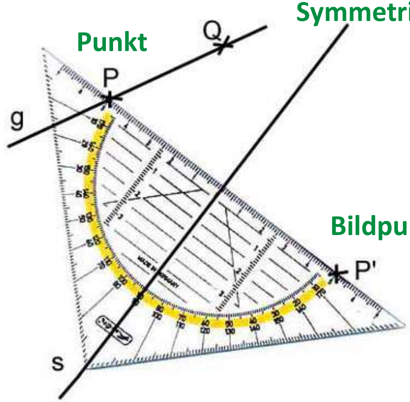
Kann man eine Figur entlang einer Geraden so falten, dass die beiden Hälften genau aufeinander liegen, so nennt man sie **achsensymmetrisch**.



Die Faltgerade heißt **Symmetrieachse**.

Die Verbindungsstrecke von zwei symmetrischen Punkten P und P' steht **senkrecht** auf der Achse und wird von dieser **halbiert**.

Spiegelung mit dem Geodreieck



M 5.13

Rechnen mit 0 und 1

<table>
<tr><th colspan="2">0</th><th colspan="2">1</th></tr>
<tr><td>$0 \cdot 5 = 0$</td><td>$5 \cdot 0 = 0$</td><td>$1 \cdot 5 = 5$</td><td>$5 \cdot 1 = 5$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$0 : 5 = 0$</td><td colspan="2">$5 : 1 = 5$</td></tr>
</table>

Nie durch Null dividieren!

M 5.14

Potenzieren

Für Produkte mit gleichen Faktoren gibt es eine Kurzschreibweise:

Die **Potenzschreibweise**

$$\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{\textbf{6 Faktoren}} = 2^{6}$$

Exponent (6)

Basis (2)

Zehnerpotenzen				
$10^1 = 10$	$10^2 = 100$	$10^3 = 1000$	$10^4 = 10000$	$10^5 = 100000$

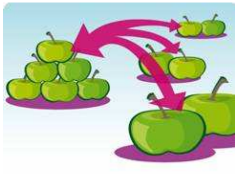
Quadratzahlen				
$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$	$22^2 = 484$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$	$23^2 = 529$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$	$24^2 = 576$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$	$25^2 = 625$

M 5.15

Primfaktorzerlegung

Eine **Primzahl** ist eine natürliche Zahl größer als 1, die nur durch 1 und sich selbst teilbar ist.

Jede natürliche Zahl ist entweder eine Primzahl oder lässt sich in ein Produkt aus Primzahlen zerlegen.



Diese eindeutige Zerlegung heißt **Primfaktorzerlegung**.

1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

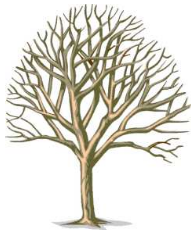
$\mathbf{165} = \mathbf{3 \cdot 5 \cdot 11}$

$\mathbf{20} = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = \mathbf{2^2 \cdot 5}$

$\mathbf{720} = 72 \cdot 10 = 8 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = \mathbf{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5}$

M 5.16

Baumdiagramme



Situationen, bei denen man mehrere Dinge auswählen und miteinander kombinieren muss, kann man mit einem **Baumdiagramm** darstellen. Die Anzahl der Baumenden entspricht der Anzahl an Möglichkeiten.

Herr Huber hat für den Strandurlaub drei Hemden und zwei Shorts dabei. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat er?

Es gibt $3 \cdot 2 = 6$ Möglichkeiten.

M 5.17

Multiplikation und Division ganzer Zahlen

1.	Multipliziere (Dividiere) die Beträge.
2.	➢ Sind die Vorzeichen **gleich**, gib dem Ergebnis ein **Plus**. ➢ Sind die Vorzeichen **verschieden**, gib dem Ergebnis ein **Minus**.

Multiplikation	**Division**
$3 \cdot 4 = 12$ $(-3) \cdot (-4) = 12$	$30 : 5 = 6$ $(-30) : (-5) = 6$
$3 \cdot (-4) = -12$ $(-3) \cdot 4 = -12$	$30 : (-5) = -6$ $(-30) : 5 = -6$

$\cdot$ / $:$	+	-
+	+	-
-	-	+

M 5.18

Rechengesetze

Kommutativgesetz Vertauschungsgesetz		
$a + b = b + a$	*oder*	$a \cdot b = b \cdot a$
Assoziativgesetz Verbindungsgesetz		
$a + (b + c) = (a + b) + c$	*oder*	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Distributivgesetz Verteilungsgesetz		
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	*oder*	$(a + b) : c = a : c + b : c$

Rechenvorteile

$64 + (78 + 36) = 64 + (36 + 78) = (64 + 36) + 78 = 100 + 78 = 178$

$4 \cdot (27 \cdot 25) = 4 \cdot (25 \cdot 27) = (4 \cdot 25) \cdot 27 = 100 \cdot 27 = 2700$

$36 \cdot 13 + 36 \cdot 7 = 36 \cdot (13 + 7) = 36 \cdot 20 = 720$

$99 \cdot 43 = (100 - 1) \cdot 43 = 100 \cdot 43 - 1 \cdot 43 = 4300 - 43 = 4257$

M 5.19

Vorrangregeln

Klammern

vor

Potenzen

vor

Punktrechnungen

vor

Strichrechnungen

[redacted]reinen Punkt- <u>oder</u>
[redacted]richrechnungen:
[redacted] links nach rechts
rechnen

[redacted]was noch nicht zum
[redacted]echnen dran, das
[redacted]reibe unverändert
an!

$15 - 3 \cdot 4 + 5 = 15 - 12 + 5 = 3 + 5 = 8$

$30 - 3 \cdot 2^3 = 30 - 3 \cdot 8 = 30 - 24 = 6$

$25 - 2 \cdot (5 - 2)^2 = 25 - 2 \cdot 3^2 = 25 - 2 \cdot 9 = 25 - 18 = 7$

$[5 + (4 - 1)^3] : 8 + 6 = [5 + 3^3] : 8 + 6 = [5 + 27] : 8 + 6 = 32 : 8 + 6 = 4 + 6 = 10$

M 5.20

Größen




Größe	Einheiten				
Länge	$1mm$	$1cm$	$1dm$	$1m$	$1km$
	$\cdot 10$	$\cdot 10$	$\cdot 10$	$\cdot 1000$	
Masse	$1mg$	$1g$	$1kg$	$1t$	
	$\cdot 1000$	$\cdot 1000$	$\cdot 1000$		
Geld	$1ct$	$1€$			
	$\cdot 100$				
Zeit	$1s$	$1min$	$1h$	$1d$	
	$\cdot 60$	$\cdot 60$	$\cdot 24$		

$2,3\ m$

Maßzahl   Einheit

$1{,}5m = 15dm;$ $3800mm = 380cm = 38dm$

$0{,}02t = 20kg = 20000g;$ $300mg = 0{,}3g$

$2{,}58€ = 258ct;$ $5600ct = 56€$

$1d = 24h = 1440min;$ $640s = 10min40s$

Rechnen mit Größen: $2g + 450mg = 2000mg + 450mg = 2450mg = 2{,}45g$

$2kg \cdot 5 = 10kg;$ $20kg : 5 = 4kg;$ $30kg : 6kg = 5$

M 5.21

Maßstab

Ein **Maßstab** von $1 : 100$ bedeutet, dass in Wirklichkeit alles 100-mal so lang wie auf dem Plan ist.

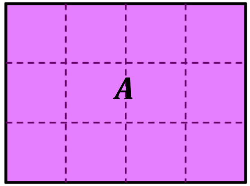
Maßstab: $1 : 5\,000$ **Länge auf der Karte:** $3cm$	**Länge in Wirklichkeit** $3cm \cdot 5\,000 = 15\,000cm = 150m$
Maßstab: $1 : 100$ **Länge in Wirklichkeit:** $3m$	**Länge auf der Karte** $3m : 100 = 300cm : 100 = 3cm$
Länge in Wirklichkeit: $6km$ **Länge auf der Karte:** $2cm$	**Maßstab** $6km : 2cm = 600\,000cm : 2cm =$ $= 300\,000 : 1$

M 5.22

Flächeneinheiten

Die Größe der eingeschlossenen Fläche einer Figur nennt man **Flächeninhalt A**.

Länge · Länge = Fläche



Flächeneinheiten und ihre Umrechnung

Quadrat-millimeter	Quadrat-zentimeter	Quadrat-dezimeter	Quadrat-meter	Ar	Hektar	Quadrat-kilometer
$1mm^2$	$1cm^2$	$1dm^2$	$1m^2$	$1a$	$1ha$	$1km^2$

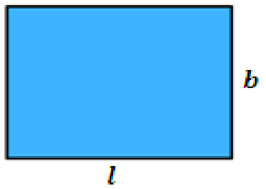
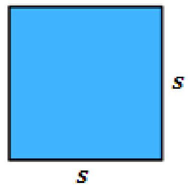
· 100 · 100 · 100 · 100 · 100 · 100

$1cm^2 = 100mm^2$; $2{,}4a = 240m^2$; $12345cm^2 = 123{,}45dm^2 = 1{,}2345m^2$; $3ha = 0{,}03km^2$

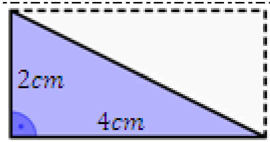
$4a - 50m^2 = 400m^2 - 50m^2 = 350m^2 = 3{,}5a$

M 5.23

Flächeninhalt des Rechtecks

Rechteck	Quadrat
	
$A_R = Länge \cdot Breite$ $A_R = l \cdot b$	$A_Q = Seitenlänge \cdot Seitenlänge$ $A_Q = s \cdot s = s^2$

Den Flächeninhalt zusammengesetzter Figuren berechnet man, indem man sie in Rechtecke **zerlegt** oder zu Rechtecken **ergänzt**.



Der Flächeninhalt des Dreiecks ist halb so groß wie der des Rechtecks.

$A_D = A_R : 2 = (2cm \cdot 4cm) : 2 = 8cm^2 : 2 = 4cm^2$